TOBB-ETÜ, İktisat Bölümü

İstatistik (İKT 253)

4. Çalışma Soruları - Cevaplar

7. CHAPTER (DISTRIBUTION OF SAMPLE STATISTICS)

Ozan Eksi, TOBB-ETU

Soru 1-(Sampling Distribution of Sample Means): Bir bölgedeki evlerin ortalama satış fiyatı 115,000 TL, ve bu fiyatların standart sapması da 25,000 TL'dir. Bu evlerden 100 tanesi seçilirse

a-) Seçilen evlerin ortalama satış fiyatının (örneklem ortalaması) 110,000 TL'den fazla olma olasılığı nedir?

b-) Seçilen evlerin ortalama satış fiyatının 113,000 TL'den fazla 117,00 TL'den az olma olasılığı kaçtır?

Cevap: Burada bize verilenler $\mu = 115{,}000 \quad \sigma = 25{,}000 \quad n = 100$. İlgilendiğimiz örneklemin dağılımı

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \qquad \text{where } \sigma^2_{\bar{X}} = \sigma^2/n$$

Dolayısıyla

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\bar{X}} &= \sigma^2/n = 625{,}000{,}000/100 = 6{,}250{,}000 \\ &\Rightarrow \quad \sigma_{\bar{X}} = 2{,}500 \end{aligned}$$

a-) $P(110{,}000 < X) = P(\frac{110{,}000 - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = Z)$

$$= P(\frac{110{,}000 - 115{,}000}{2,500} < Z) = P(-2 < Z)$$

$$= P(Z < 2) = 0.9772$$

b-) $P(113{,}000 < X < 117{,}000)$

$$= P\left(\frac{113{,}000 - 115{,}000}{2{,}500} < Z < \frac{117{,}000 - 115{,}000}{2{,}500}\right)$$

$$= P(-0.8 < Z < 0.8) = F(0.8) - [1 - F(0.8)]$$

$$= 0.788 - 1 + 0.788 = 0.576$$

Soru 2 (Sampling Distribution of Sample Proportions): Bir hastane yöneticisi, hastaların %30'unun faturaları en az 2 ay gecikmeli ödediğini bilmektedir. Rassal bir şekilde seçilmiş 200 hastanın %27 ila %33 arasındaki oranının faturaları geç ödeme olasılığı nedir?

Cevap:

Kullanacağımız formül

$$Z = \frac{\hat{p}_x - E(\hat{p}_x)}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{\hat{p}_x - P}{\sigma_{\hat{p}}} \quad \text{where} \quad \sigma^2_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

Burada bize verilenler $P = 0.3 \quad n = 200$. Dolayısıyla

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0.3 * 0.7}{200}} = 0.0324$$

Aradığımız ihtimal

$$P(0.27 < \hat{p}_x < 0.33) = P(\frac{0.27 - P}{\sigma_{\hat{p}}} < \frac{\hat{p}_x - p}{\sigma_{\hat{p}}} < \frac{0.33 - p}{\sigma_{\hat{p}}}$$

$$= P(\frac{0.27 - 0.30}{0.0324} < Z < \frac{0.33 - 0.30}{0.03024})$$

$$= P(-0.93 < Z < 0.93) = F(0.93) - F(-0.93)$$

$$= F(0.93) - [1 - F(0.93)] = 0.824 - (1 - 0.824) = 0.648$$

Soru 3 (Sampling Distribution of Sample Variances): Bir yatırım aracının getirisi ay bazında ölçüldüğünde normal dağılım ve 1.7 standart sapma göstermektedir. 12 aylık bir örneklem alındığında, bu örneklem getirisinin standart sapmasının 2.5'den az olma ihtimali nedir?

Cevap:

Kullanacağımız formül

$$P(s^2 > A) = P(\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} > \frac{A(n-1)}{\sigma^2})$$

$$= P(\chi^2_{n-1} > \frac{A(n-1)}{\sigma^2})$$

Bize verilenler $n = 12 \quad \sigma_X = 1.7$

$$\Rightarrow \quad \sigma^2 = 1.7^2 = 2.89$$

Dolayısıyla aradığımız ihtimal

$$P(s < 2.5) = P(s^2 < 2.5^2) = P(s^2 < 6.25)$$

$$= P(\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} < \frac{(n-1)6.25}{\sigma^2})$$

$$= P(\chi^2_{11} < \frac{11 * 6.25}{2.89}) = P(\chi^2_{11} < 23.8)$$

Chi-square tablosuna bakacak olursak, 11 serbestlik derecesi olan bir chi-square dağılımı için 23.8'i kapsayacak iki değer 21.92 ve 24.73'tür. Bu iki değer için

$$P(\chi^2_{11} < 21.92) = 0.975 \qquad P(\chi^2_{11} < 24.73) = 0.99,$$

dolayısıyla

$$0.975 < P(\chi^2_{11} < 23.8) < 0.99$$

8. CHAPTER (CONFIDENCE INTERVAL ESTIMATION: ONE POPULATION - GÜVEN ARALIĞI TAHMİNİ: TEK POPULASYON)

Soru 4 (Properties of Point Estimators): X_1, X_2 ve X_3 ortalaması μ, ve varyansı σ^2 olan bir populasyona ait 2 rassal gözlem olsunlar. Aşağıdakiler de μ' nün nokta tahmin edicileri olsunlar

$$\mu_1 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{2}{6}X_2 + \frac{3}{6}X_3 \qquad \mu_2 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{4}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3$$

a-) Her bir tahmin edicinin yansız tahmin edici (unbiased estimator) olduğunu gösteriniz

b-) Bunlardan hangisi en etkin tahmin edicidir?

c-) μ_1 tahmin edicisinin diğer iki tahmin ediciye göre göreli etkinliğini (relative efficiency) bulunuz

Cevap: a-)

$$Bias(\mu_1) = E(\mu_1) - \mu = E(\frac{1}{6}X_1 + \frac{2}{6}X_2 + \frac{3}{6}X_3) - \mu$$

$$= \frac{1}{6}E(X_1) + \frac{2}{6}E(X_2) + \frac{3}{6}E(X_3) - \mu = \frac{1}{6}\mu + \frac{2}{6}\mu + \frac{3}{6}\mu - \mu = 0$$

$$Bias(\mu_2) = E(\mu_2) - \mu = E(\frac{1}{6}X_1 + \frac{4}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3) - \mu$$

$$= \frac{1}{6}E(X_1) + \frac{4}{6}E(X_2) + \frac{1}{6}E(X_3) - \mu = \frac{1}{6}\mu + \frac{4}{6}\mu + \frac{1}{6}\mu - \mu = 0$$

b-) X_1, X_2 ve X_3 rassal olduklarından aralarındaki covaryansı 0 kabul edersek

$$Var(\mu_1) = Var(\frac{1}{6}X_1 + \frac{2}{6}X_2 + \frac{3}{6}X_3)$$

$$= \frac{1}{36}Var(X_1) + \frac{4}{36}Var(X_2) + \frac{9}{36}Var(X_3)$$

$$= \frac{14}{36}\sigma^2$$

$$Var(\mu_2) = Var(\frac{1}{6}X_1 + \frac{4}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3)$$

$$= \frac{1}{36}Var(X_1) + \frac{16}{36}Var(X_2) + \frac{1}{36}Var(X_3)$$

$$= \frac{18}{36}\sigma^2$$

c-)

$$Relative\ efficiency = \frac{Var(\mu_2)}{Var(\mu_1)} = \frac{18/36\sigma^2}{14/36\sigma^2} = 1.29$$

Soru 5 (Confidence Interval Estimation for the Mean of a Normal Distribution: Population Variance Known): Üretilen tuğlaların populasyonunun normal dağıldığı ve 0.12 kg standart sapmaya sahip olduğu bilinmektedir. Rassal bir şekilde seçilmiş 16 tane tuğlanın ortalama ağırlığının 4.07 kg olsun. Üretilen tuğlaların ortalama ağırlığı için %99 güven aralığını bulunuz

Cevap:

Kullanacağımız formül

$$\bar{x} - \frac{z_{\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{z_{\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}}$$

Soruda verilenler: $\bar{x} = 4.07 \qquad \sigma = .12 \qquad n = 16 \qquad \alpha/2 = .01/2 = .005 \quad \Rightarrow \quad z_{.005} = 2.575$

Dolayısıyla populasyon ortalaması μ'nın %99 güven aralığı

$$4.07 - 2.575\frac{.12}{\sqrt{16}} < \mu < 4.07 + 2.575\frac{.12}{\sqrt{16}}$$

$$\Rightarrow \quad 3.99 < \mu < 4.15$$

Soru 6 (Confidence Interval Estimation for the Mean of a Normal Distribution: Population Variance Unknown: The t Distribution): Bir yoldan geçen 7 arabanın hızları aşağıdaki gibidir

$$79 \quad 73 \quad 68 \quad 67 \quad 86 \quad 71 \quad 69$$

Eğer bu arabaların seçildiği populasyona ait arabaların hızları normal dağılıyorsa, bu populasyonundaki arabaların ortalama hızları için %95 güven aralığını bulunuz

Cevap:

Kullanacağımız formül

$$\bar{x} - \frac{t_{n-1,\alpha/2} * s_x}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \frac{t_{n-1,\alpha/2} * s_x}{\sqrt{n}}$$

Örneklem ortalaması

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{513}{7} = 73.3$$

Örneklem varyansı

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

$$= \frac{37,781 - 7 * 73.3^2}{6} = 47.6$$

ve standart sapması

$$s_x = \sqrt{47.6} = 6.9$$

Dolayısıyla soruda verilen bilgiler: $\bar{x} = 73.3 \quad s_x = 47.6 \quad n = 7 \quad \alpha/2 = .05/2 = .025 \quad \Rightarrow \quad t_{6,.025} = 2.447$

$$73.3 - 2.447\frac{6.9}{\sqrt{7}} < \mu < 73.3 + 2.447\frac{6.9}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \qquad 66.9 < \mu < 79.7$$

Soru 7 (Confidence Interval Estimation for Population Proportion (Large Samples): Tekstil sektöründe çalışan 95 firmadan 67 tanesi son iki yıl içerisinde ISO belgesi aldığını belirtmiştir. Bu sektördeki tüm firma populasyonundaki ISO belgesi alanların yüzdesinin %99 güven aralığını hesaplayınız

Cevap: Kullanacağımız formül

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_x(1-\hat{p}_x)}{n}} < P < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Soruda verilen bilgiler: $\hat{p} = 67/95 = 0.705$

$z_{.005} = 2.575 \qquad n = 95$

Dolayısıyla

$$.705-2.575\sqrt{\frac{.705 * 0.295}{95}} < P < .705+2.575\sqrt{\frac{.705 * 0.29}{95}}$$

aradığımız sonuç ise

$$.585 < P < .826$$

Soru 8 (Confidence Interval Estimation for the Variance of a Normal Distribution): Bir klinik tarafından uyugulanan diyet programı sonucunda 10 kişinin verdiği kilo miktarları aşağıdaki gibidir. programı takip eden tüm kişilerin kilo değişimlerinin varyansının %90'lık güven aralığını bulunuz

18.2 25.9 6.3 11.8 15.4 20.3 16.8 18.5 12.3 17.2

Cevap:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 16.27$$

örneklem varyansı

$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

$$= \frac{2901.9 - 10 * (16.27)^2}{9} = 28.3$$

Dolayısıyla bize verilenler: $s_X^2 = 28.3 \quad n = 10$

$$\chi^2_{n-1,,\alpha/2} = \chi^2_{9,.05} = 16.92$$
$$\chi^2_{n-1,1-\alpha/2} = \chi^2_{9,.95} = 3.33$$

$$\frac{(n-1)s_X^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s_X^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}$$
$$\frac{9 * 28.3}{16.92} < \sigma^2 < \frac{9 * 28.3}{3.33}$$

$$15.37 < \sigma^2 < 78.10$$

9. CHAPTER (CONFIDENCE INTERVAL ESTIMATION: FURTHER TOPICS)

Soru 9 (Confidence Interval Estimation of the Difference Between Two Normal Population Means: Dependent Samples): Aynı bölgeden rassal bir şekilde seçilmiş 10 tane eve, ısıtma amacı ile 10 tane güneş paneli yerleştirilmiştir. Evlerin bu işlemden önceki ve sonraki yakıt tüketimi aşağıdaki gibidir. Populasyon dağılımlarını normal kabul ettiğinizde, bu işlemden önceki ve sonraki ev populasyonlarının ortalama yakıt tüketimleri farkının %90 güven aralığını bulunuz

Ev	$\ddot{O}nce$	$Sonra$		d_i	d_i^2
1	485	452		33	1089
2	423	386		37	1369
3	515	502		13	169
4	425	376		49	2401
5	653	605		48	2304
6	386	380		6	36
7	426	395		31	961
8	473	411		62	3844
9	454	415		39	1521
10	496	441		55	3025
			Sums	373	16719

Kullanacağımız formül

$$\bar{d} - t_{n-1,\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_X - \mu_Y < \bar{d} + t_{n-1,\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

Gereken örneklem ortalaması

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{373}{10} = 37.3$$

örneklem varyansı

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

$$= \frac{16719 - 10 * 37.3^2}{9} = 311$$

ve standart sapması

$$s_d = \sqrt{311} = 17.63$$

Soruda verilen bilgiler: $\bar{d} = 37.3$ $s_d = 17.63$
$n = 10$ $\alpha = .1$ $t_{n-1,\alpha/2} = t_{9,.05} = 1.833$

Formüle geri döndüğümüzde

$$\bar{d} - t_{n-1,\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}} < \mu_X - \mu_Y < \bar{d} + t_{n-1,\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$37.3 - 1.833 * \frac{17.63}{\sqrt{10}} < \mu_X - \mu_Y < 37.3 + 1.833 * \frac{17.63}{\sqrt{10}}$$

$$27.1 < \mu_X - \mu_Y < 47.5$$

Soru 10 (Confidence Interval Estimation of the Difference Between Two Normal Population Means: Independent Samples - Both population variances are not known, but considered to be equal): İki farklı asistan tarafından yapılan sınavların birinde 21 öğrenci vardır. Bu sınavın not ortalaması 72.1 olmuş, 13.1 de standart sapma göstermiştir. Diğer sınıfta 18 öğrenci vardır. Bu sınavın not ortalaması 73.8 olmuş, 10.6 da standart sapma göstermiştir. Her iki sınıfın data verisinin bağımsız ve normal dağılan iki populasyondan geldiği kabul edilir ve aynı varyansa sahip olduğu düşünülürse, bu populasyonların ortalamaları arasındaki farkın %80 güven aralığını bulunuz

Soruda verilen bilgiler: $\bar{x} = 72.1$ $s_x = 11.3$ $n_x = 21$ $\bar{y} = 73.8$ $s_y = 10.6$ $n_y = 18$

$$s_p^2 = \frac{(n_x - 1)s_X^2 + (n_y - 1)s_Y^2}{(n_x + n_y - 2)}$$

$$= \frac{20 * 11.3^2 + 17 * 10.6^2}{37} = 120.6$$

$$s_p = \sqrt{120.6} = 11$$

$$(\bar{x} - \bar{y}) - t_{n_x+n_y-2,\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{n_x + n_y}{n_x n_y}} < \mu_X - \mu_Y$$

$$< (\bar{x} - \bar{y}) + t_{n_x+n_y-2,\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{n_x + n_y}{n_x n_y}}$$

$$t_{n_x+n_y-2,\alpha/2} = t_{37,.10} = 1.305$$

$$(72.1-73.8)-1.305*11*\sqrt{\frac{21+18}{21*18}}<\mu_X-\mu_Y$$
$$<(72.1-73.8)+1.305*11*\sqrt{\frac{21+18}{21*18}}$$

$$-6.3<\mu_X-\mu_Y<2.9$$

Soru 11 (Confidence Interval Estimation of the Difference Between Two Population Proportion (Large Samples)): 'Eğer açık olsa kütüphaney daha fazla kullanır mıydınız?' sorusuna, 138 birinci sınıf öğrencisinden 80'i, ve 96 ikinci sınıf öğrencisinden 73'ü 'Evet' cevabını vermiştir. İki grup öğrenci populasyonlarında 'Evet' cevabını veren yüzde öğrenci oranları arasındaki farkı tespit etmek için %95 güven aralığını bulunuz

Soruda verilen bilgiler: $\hat{p}_X = 80/138 = .58 \quad n_x = 138 \quad \hat{p}_Y = 73/96 = .76 \quad n_y = 96$

Kullacağımız formül

$$(\hat{p}_X - \hat{p}_Y) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n_x} + \frac{\hat{p}_Y(1-\hat{p}_Y)}{n_y}}$$

$$< p_X - p_Y$$

$$< (\hat{p}_X - \hat{p}_Y) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_X(1-\hat{p}_X)}{n_x} + \frac{\hat{p}_Y(1-\hat{p}_Y)}{n_y}}$$

ihtiyacımız olan değer

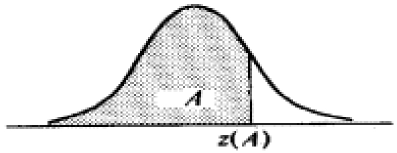
$$z_{\alpha/2} = z_{.025} = 1.96$$

dolayısıyla

$$(.58 - .76) - 1.96\sqrt{\frac{.58 * .42}{138} + \frac{.76 * .24}{96}} < p_X - p_Y$$
$$< (.58 - .76) + 1.96\sqrt{\frac{.58 * .42}{138} + \frac{.76 * .24}{96}}$$

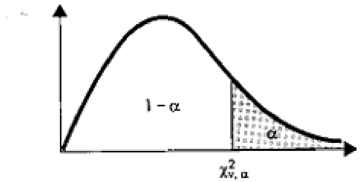
$$-0.30 < p_X - p_Y < -0.063$$

Entry is area A under the standard normal curve from $-\infty$ to $z(A)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890

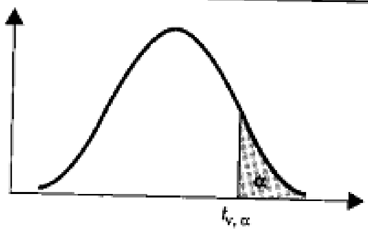
TABLE 5 Cutoff points of the chi-square distribution function



For selected probabilities α, the table shows the values $\chi^2_{\nu,\alpha}$ such that $\alpha = P(\chi_\nu^2 > \chi^2_{\nu,\alpha})$, where χ_ν^2 is a chi-square random variable with ν degrees of freedom. For example, the probability is .100 that a chi-square random variable with 10 degrees of freedom is greater than 15.99.

ν	α									
	.995	.990	.975	.950	.900	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95

TABLE 6 Cutoff points for the Student's t distribution



For selected probabilities, α, the table shows the values $t_{\nu,\alpha}$ such that $P(t_\nu > t_{\nu,\alpha}) = \alpha$, where t_ν is a Student's t random variable with ν degrees of freedom. For example, the probability is .10 that a Student's t random variable with 10 degrees of freedom exceeds 1.372.

ν	α				
	.100	.050	.025	.010	.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]